第一章　　機率與統計

§ 1-1 隨機的意義

一、隨機變數

1. 有些現象的結果並無法事先確定，此種具不確定結果的現象，稱為**隨機現象**。

2. 隨機試驗：觀察隨機現象的試驗。試驗可能出現種種結果，且進行試驗前並不確定結果為何，例如：拋擲一枚均勻硬幣，丟一顆公正的骰子等等。

3. 隨機變數：隨機變數是一種函數對應，把樣本空間中每一個樣本點對應到一個實數。即把隨機試驗的結果賦予數值，常以大寫英文字母，X，Y，Z 表示。

例：投擲一枚均勻硬幣 2 次，

結果可能出現{（反, 反),（正, 反),（反, 正),（正, 正）}

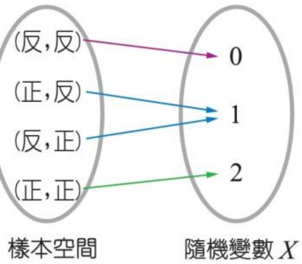
令隨機變數 $\boldsymbol{X}$ 表示**正面**出現的次數，

當出現(正, 反), (反, 正)時，

表示出現1次正面的事件，此時 $X=1$

$X=0$，表示出現 0 次正面的事件;

$X=2$，表示出現 2 次正面的事件 .



(1)離散型隨機變數：隨機變數對應的數值為有限個，可以按次序一一列出，如取出的紅球個數、支持者的人數等皆是離散型隨機變數

(2)連續型隨機變數：隨機變數對應的數值可能為某一實數區間的任一值，如重量、時間、溫度等

二、機率質量函數：

1. 機率分布：將一離散型隨機變數 X 各種可能發生的機率列出來，即為隨機變數 X 的機率分布

2. 將一隨機變數 X 的每一個數值 x 對應其所發生的機率，即

$$x \quad \to \quad P(X=x)$$

此種對應關係所成的函數 $f(x)$ 稱為 X 的**機率質量函數**，簡稱**機率函數**

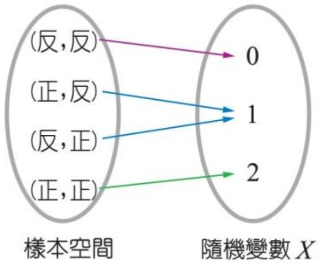
3. (1)若將函數表列如下：

X	x_1	x_2	……	x_k	……	x_n
P	p_1	p_2	……	p_k	……	p_n

稱此表為隨機變數 X 的**機率分布表**

(2)若以橫軸代表隨機變數 X 的取值，縱軸代表 X 可能取值所對應的機率，所得的圖形稱為**機率質量函數圖**

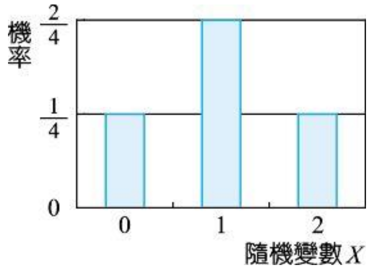
例：投擲一枚均勻硬幣 2 次，



$$P(X=0)=\frac{1}{4}$$

$$P(X=1)=\frac{1}{2}$$

$$P(X=2)=\frac{1}{4}$$



4. P 為隨機變數 X 的機率質量函數，滿足下面兩個性質：

(1) $p_i \ge 0,\quad i=1,2,\cdots,n.$

(2) $p_1+p_2+\cdots+p_n=1$

Ex1. (1)試問下列各種情況，何者屬於隨機現象？

(A)在某速食店買早餐所需等待的時間
(B)台灣地區每年遇到的颱風數目
(C)每一期刮刮樂的中獎人數
(D)Apple 工廠生產線隨機抽驗一支手機的使用壽命
(E)擲一顆公正骰子 100 次，出現偶數點的次數

(2)投擲公正骰子兩次，判斷下列何者為隨機變數：

(A)出現骰子點數和　　(B)出現骰子點數為奇數
(C)投擲骰子次數　　(D)出現骰子點數積

(3) (A)任意抽取某一高中生的數學學測級分分數，是否為一隨機變數?
(B)臺中火車站與臺中公園的直線距離，是否為一隨機變數?
(C)從一個裝有10個紅球的箱子，任意抽取三個為紅球的個數，是否為一隨機變數?

(4)寫出下列隨機變數 X 可能的取值

(i)一盒中有 12 件樣品，其中 3 件為不良品，自盒中任取 4 件．令 X 表示取得不良品的件數．

(ii)甲乙丙 3 人同時猜拳，以「剪刀、石頭、布」決定勝負，令 X 表示得勝的人數
(iii)袋中有 1000 元鈔票與 100 元鈔票各 4 張，隨機取出 2 張，令 X 表示所取出的

金額

(iv)1 到 10 的十個數中任取一數，令 X 表示所取之數的正因數個數

例 1.若投擲一枚均勻硬幣出現正面得 10 元，出現反面得 5 元。

令隨機變數 X 表示投擲一枚均勻硬幣 3 次，出現正面的次數

隨機變數 Y 表示投擲一枚均勻硬幣 3 次所得的金額，

(1) 試求隨機變數 X、Y 可能的取值

(2) 求 X 的機率分布表，並作 X 的機率質量函數圖

(3) 求 Y 的機率分布表，並作 Y 的機率質量函數圖

(4) 求 $P(Y \geq 25)$ 的值

例 2.某公共空間裝有 6 台冷氣，設隨機變數 X 表示正在使用冷氣的個數，其機率函數

$f(x)$ 為 $f(x)=\begin{cases} k(\frac{1}{2})^x , x=0,1,2,3,4,5,6 \\ 0 \quad\quad ,其他 \end{cases}$，試求：

(1) k 之值　　　　　　　　(2)至少有 2 台在使用的機率

Ex2.設袋中有 4 個紅球，2 個黃球，每球被取的機會均等，今每次從袋中任取一球，連取 3 次，若 X 表取到紅球的個數，試依下列條件求 X 的機率函數 $f(x)$

(1)取後不放回　　　　　　**(2)**取後放回

Ex3.袋中裝有相同大小的紅球5個，白球2個，自袋中取出3球，令隨機變數 X 表示取出的紅球數；

(1)求 X 的機率分布並作 X 的機率質量函數圖

(2)求 $P\left(X\le 2\right)$的值

Ex4. 袋中有大小相同編號1 到 8 號的球各一顆。小明自袋中隨機一次取出兩球，設隨機變數 X 的值為取出兩球中的較小號碼。若 P_k 表 X 取值為 k 的機率 $(k = 1, 2, \ldots, 8)$，則有多少個 P_k 的值大於 1/5？　【102 指考甲】

Ex5. 已知一個不均勻的銅板，出現正面的機率為 $\frac{2}{3}$，出現反面的機率為 $\frac{1}{3}$，今丟此銅板五次，令隨機變數 X 表示正面出現的次數，求 X 的機率分布

Ex6. 投擲一不均勻硬幣兩次，已知硬幣出現正面的機率為反面的兩倍，求

(1)正面個數 X 的機率分配．　(2) $P(X<2)$

Ex7. 投擲一不公正骰子，已知點數出現的機率與點數成比例，求

(1)點數 X 的機率分配．　(2) $P(X<4)$

Ex8. 袋中有大小相同編號1到8號的球各一顆。小明自袋中隨機一次取出兩球，設隨機變數 X 的值為取出兩球中的較小號碼。若 p_k 表 X 取值為 k 的機率（$k=1,2,\cdots,8$），試問有幾個 p_k 的值大於 $\frac{1}{5}$？

(1)1個　(2)2個　(3)3個　(4)4個　(5)5個

隨堂練習參考答案

1. (1)ABDE (2)ABD　(3) ⊙×× **(4) (i)0,1,2,3 (ii) 0,1,2 (iii)200,1100,2000 (iv) 1,2,3,4**

2. (1) $f(1)=\frac{1}{5},\ f(2)=\frac{3}{5},\ f(3)=\frac{1}{5}$　**(2)** $f(0)=\frac{1}{27},\ f(1)=\frac{2}{9},\ f(2)=\frac{4}{9},\ f(3)=\frac{8}{27}$

3. (1)

X	1	2	3
P	$\frac{C_1^5\cdot C_2^2}{C_3^7}=\frac{1}{7}$	$\frac{C_2^5\cdot C_1^2}{C_3^7}=\frac{4}{7}$	$\frac{C_3^5}{C_3^7}=\frac{2}{7}$

(2) $\frac{5}{7}$　**4.** 2

5.

X	0	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{243}$	$\frac{10}{243}$	$\frac{40}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{32}{243}$

6. (2) $\frac{5}{9}$　**7. (2)** $\frac{2}{7}$　**8.** (2)

有了隨機變數的機率質量函數後，就能了解各個取值發生機率的分布情形，但在實際問題中，我們常常希望透過一些數字來反映隨機變數取值的特徵，就像做統計分析時一樣，對於隨機變數 X 我們常以**期望值** $E(X)$ 、**變異數** $Var(X)$ 與**標準差**來描述隨機變數的代表值與分散程度等特徵。

三、期望值

若隨機變數 X 的機率分布如下表：

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_k	$\cdots$	x_n
p_X	p_1	p_2	$\cdots$	p_k	$\cdots$	p_n

則稱 $E(X)=\mu=\sum_{k=1}^{n} x_k p_k = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \ldots + x_n \cdot p_n$ 為隨機變數 X 的**數學期望值**(簡稱期望值)

例 3. 某保險公司銷售國內旅遊三天二夜意外險，保額一百萬元，保費 131 元，根據過去統計資料:不發生意外的機率為 99.99%，求保險公司的期望利潤為何？

例 4.(1)擲一均勻硬幣 1 次,每出現正面得 5 元,反面賠 2 元，則所得之期望值為多少元？若改為擲硬幣 3 次，則所得之期望值為多少元？

(2)一袋中有 50 元硬幣 3 個，10 元硬幣 7 個，5 元硬幣 10 個，今從袋中任取一個硬幣，求其幣值之期望值？若改為任取二枚硬幣呢？任取三枚呢？

例 5.(1)同時投擲 2 粒均勻的骰子，求其點數和的期望值

(2)投擲 2 粒均勻的骰子，求出現點數差之絕對值的期望值

例 6.一袋中裝有 1 個 1 號球, 2 個 2 號球, ⋯, n 個 n 號球, 25 個 25 號球, $1\leq n\leq 25$. 現自袋中任取一球, 設每一個球被取到的機會都相等, 而取得 n 號球可得 $(100-n)$元. 則任取一球的期望值為多少元？

例 7.(1)某次考試考單一式配合題共四題，每一答案對應一題目，每題 25 分。今某生亂猜，求該生得分的期望值。

(2)現在有一個 5 個選項的選擇題，

(i)若單選每題答對得 5 分,答錯一題應倒扣幾分才公平?

(ii)至少有一正確答案的複選題中,答案完全正確才算答對，否則為錯，若答對一題得 5 分,答錯一題應倒扣幾分才公平?

Ex9.設某保險公司銷售一年期人壽保險予 25 歲青年, 保險額為 100 萬元, 保險費 1200 元. 若 25 歲的青年一年內死亡的機率為 $\dfrac{1}{1000}$.

(1) 試求保險公司每保一名 25 歲青年之利潤的期望值.

(2) 若「公平」意謂雙方期望值為 0, 則保險費應為多少才算公平？

Ex10.(1) 連續投擲一顆公正的骰子四次，求 6 點出現的次數的期望值

(2)在一擲硬幣遊戲中，玩這遊戲的人先付出 100 元取得玩遊戲的權利。由玩遊戲的人擲四枚均勻的硬幣，出現一個正面得 40 元而出現一個反面得 5 元。求玩這遊戲的數學期望值

(3)擲一公正骰子，若擲出 k 點，則可得獎金 $100k$ 元，求擲一次的期望值

(4)擲一公正骰子一次, 若擲出 x 點就得 x^2 元, 求所得的期望值

***Ex*11**.摸彩箱裝有若干編號為 1,2,⋯,10 的彩球，其中各種編號的彩球數目可能不同。今從中隨機摸取一球，依據所取球的號數給予若干報酬。現有甲、乙兩案：甲案為當摸得彩球的號數為 k 時，其所獲報酬同為 k；乙案為當摸得彩球的號數為 k 時，其所獲報酬為 $11-k$ $(k=1,2,\cdots,10)$。已知依甲案每摸取一球的期望值為 $\frac{67}{14}$，則依乙案每摸取一球的期望值為______。　【96 學測】

***Ex*12**.一袋中有 50 元硬幣 3 個，10 元硬幣 7 個，5 元硬幣 x 個，今從袋中一次取兩個硬幣，若已知其硬幣的期望值為 27 元，求 $x=$________

***Ex*13.**某刑警偵辦甲、乙兩案。破甲案的機率為 $\frac{1}{3}$，且破案成功獎金 15000 元；破乙案的機率為 $\frac{1}{4}$，而破案成功獎金為較高的 20000 元。求此刑警破案獎金的期望值。

***Ex*14.(1)**網球一盤比賽先勝 6 局者贏，贏一盤可得獎金 1000 元，甲乙兩人實力相當，但甲已連勝 5 局，請問如果因下雨不再繼續比賽，則甲乙兩人如何分配獎金才公平？

Ex14.(2)某同學參加電視機智問答，設有甲乙兩套題目，甲套較難，乙套較易，但兩套題目無關。比賽規則：參加者可決定先選哪一套題目，由主持人在該套題目中隨機選取一題，若參加者答對，則主持人在另一套題目中隨機選取一題令參作答，若第一次答錯，則立即退出比賽；設只答對甲套題目的獎金是 1200 元，只答對乙套題目獎金是 800 元，兩題皆答對的獎金是 3000 元。若該同學已知答對甲套的機率是 0.6，答對乙套的機率是 0.9。試問他應先選哪套題目作答較有利？

Ex15.設隨機變數 X 表示投擲一不公正骰子出現的點數，$P(X=k)$ 表示隨機變數 X 取值於 k 的機率。已知 X 的機率分布如下表：(x, y 為未知常數)

k	1	2	3	4	5	6
$P(X=k)$	x	y	y	x	y	y

又知 X 的期望值等於 3。

(1) 試求 x, y 之值。(6 分)

(2) 投擲此骰子兩次，試求點數和為 3 的機率。(6 分)　　【105 指乙】

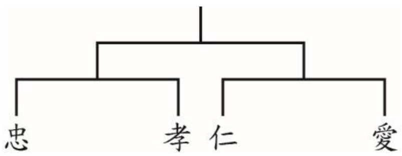
Ex16. 袋中有紅色代幣 4 枚、綠色代幣 9 枚、以及藍色代幣若干枚。每一枚紅色、綠色、藍色代幣分別可兌換 50 元、20 元及 10 元。現從袋中取出代幣，每一枚代幣被取出的機率均等。設隨機變數 X 代表取出 1 枚代幣可兌換的金額(單位：元)；隨機變數 Y 代表一次取出 2 枚代幣可兌換的金額(單位：元)。已知 X 的期望值為 20。

(1)試問藍色代幣有多少枚？(5 分)

(2)試問 $Y\le 50$ 的機率 $P(Y\le 50)$ 為何？(8 分)　　【106 指乙】

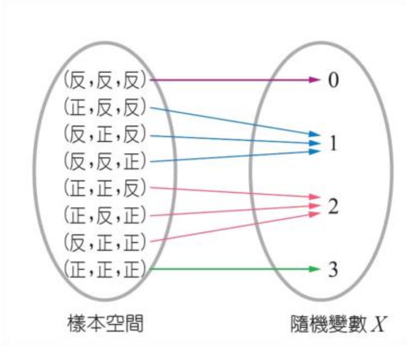
Ex17. 一圓盤分成標有數字 0、1 的兩區域，且圓盤上有一可轉動的指針。已知每次轉動指針後，前後兩次指針停在同一區域的機率為 $\frac{1}{4}$，而停在不同區域的機率為 $\frac{3}{4}$。遊戲規則為連續轉動指針三次，計算指針在這三次所停區域的標號數字之和。若遊戲前指針的位置停在標號數字為 1 的區域，則此遊戲的期望值為______________。(化成最簡分數)　　　　　【105 指甲】

Ex18. 某高中一年級忠、孝、仁、愛四班的籃球隊，擬由經抽籤決定的下列賽程進行單淘汰賽（輸一場即被淘汰）：



假設忠班勝過其他任何一班的機率為 $\frac{4}{5}$，孝班勝過其他任何一班的機率為 $\frac{1}{5}$，仁、愛兩班的實力相當，勝負機率各為 $\frac{1}{2}$。若任一場比賽皆須分出勝負，沒有和局。如果冠軍隊可獲得6000 元獎學金，亞軍隊可獲得4000 元獎學金，則孝班可獲得獎學金的期望值為__________元。　　　【106 指甲】

例 8.(1)投擲一枚均勻硬幣 3 次，令隨機變數 X 表示正面出現的次數



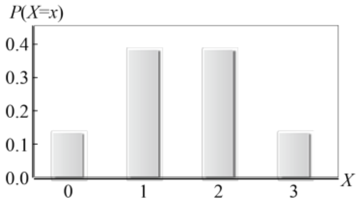
$P(X=0)=\frac{1}{8}$

$P(X=1)=\frac{3}{8}$

$P(X=2)=\frac{3}{8}$

$P(X=3)=\frac{1}{8}$

機率(質量)函數



機率質量函數圖

求 X 的期望值 $E(X)$ 與標準差

(2)投擲一枚均勻硬幣 1 次，令隨機變數 X 表示正面出現的次數，
求 X 的期望值 $E(X)$ 與標準差

四、變異數與標準差

若隨機變數 X 的機率分布如下表：

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_k	$\cdots$	x_n
p_X	p_1	p_2	$\cdots$	p_k	$\cdots$	p_n

則稱$Var(X)=(x_1-\mu)^2\cdot p_1+(x_2-\mu)^2\cdot p_2+\cdots+(x_n-\mu)^2\cdot p_n$

$=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 p_i$　　為隨機變數 X 的**變異數**，

其正平方根$\sigma=\sqrt{Var(X)}$稱為**標準差**。

註：統計：

1.若一組數據 x_1，x_2，$\cdots$，x_n 的平均數為 μ ，

(1)變異數為 $\sigma^2=\frac{1}{n}\left((x_1-\mu)^2+(x_2-\mu)^2+\cdots+(x_n-\mu)^2\right)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2$

(2)標準差為 $\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}-\mu^2}$

2.有 $x_1,x_2,\cdots x_k$ 共 k 個相異數值，且 $x_1,x_2,\cdots x_k$ 出現的次數分別為

$f_1,f_2,\cdots f_k$，而 $f_1+f_2+\cdots+f_k=N$ ，則這組數據

(1)平均數 $\mu=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}x_i f_i=\sum_{i=1}^{k}x_i\frac{f_i}{N}$ ，

而 $\frac{f_i}{N}$ 可視為得到數值 x_i 的機率，令 $p_i=\frac{f_i}{N}$ ，所以 $\mu=\sum_{i=1}^{k}x_i p_i$

(2)變異數 $\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\cdot f_i=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2\cdot\frac{f_i}{N}=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 p_i$ ，

標準差 $\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 p_i}$

※變異數 $Var(X)=\sigma^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 p_i=E\left((X-\mu)^2\right)=E(X^2)-\mu^2$

五、期望值與變異數的性質：

若隨機變數 X 代表一試驗所探討的所有可能數值，a, b 為任意實數，

以 $E(X)$及 $Var(X)$分別表示 X 的期望值及變異數，則

(1) $E(aX+b) = a\,E(X) + b$

(2) $Var(aX+b) = a^2\,Var(X)$

(3) $\sigma(aX+b) = |a|\sigma(X)$

例：已知隨機變數 X 的期望值 $E(X)=15$，標準差 $\sigma(X)=3$ ．求

(1) $E(3X+2)$

(2$Var(3X+2)$

(3) $\sigma(-3X+2)$

例9.設袋中有10號球3個，50號球2個，每球被取機會均等。今從袋中任取二球，令隨機變數X表取出二球的號碼和，試求：

(1)期望值 μ　(2)標準差 σ　(3) $P(\mu-\sigma \le X \le \mu+\sigma)$

例10. 袋中有2個黑球，5個白球，今由袋中逐次一一取出球，設各球被取出的機會均等，且取出後不再放回，直到取出的是白球才停止，令X為需取出的球數，求X的期望值與變異數

例11.現有8張卡片，每張卡片上分別寫有1～8的數字．遊戲規則如下：先付100元當作抽獎費，才可抽取一張卡片，當卡片數字為X時，可以獲得$aX+b$元(a，$b\in N$).求

(1)隨機變數X的期望值$E(X)$與變異數$Var\left(X\right)$

(2)若Y表示獲得的獎金扣除抽獎費的餘額，求Y的期望值(以a，b表示)

若想要讓Y的期望值為0，求滿足條件的數對$\left(a,b\right)$

Ex19. 擲一公正骰子，若出現點數為 k，則可得 $2k$ 元，試求做此試驗所得錢數的期望值與標準差

Ex20. 設一試驗的所有可能結果為隨機變數 X，而 $X=\begin{cases}1, \text{機率是 } p \\ 0, \text{機率是} 1-p\end{cases}$，

其中 $0<p<1$，試求隨機變數 X 的期望值、變異數與標準差。

Ex21. (1)一燈泡工廠依經驗每 100 個燈泡中有 3 個是有瑕疵的。若賣了 800 個出去，則可期望發現多少個有瑕疵的燈泡？

(2)一箱中有 10 個燈泡，但已知其中有 3 個是壞的。今從箱中隨機取一個來試驗，取出不放回，直到取到一個好的為止。求取出燈泡個數的期望值與變異數

Ex22. 某次數學測驗共有 25 題單一選擇題，每題都有五個選項，每答對一題可得 4 分，答錯倒扣 1 分。某生確定其中 16 題可答對；有 6 題他確定五個選項中有兩個選項不正確，因此這 6 題他就從剩下的選項中分別猜選一個；另外 3 題只好亂猜，則他這次測驗得分之期望值為________。（計算到整數為止，小數點以後四捨五入）　【92 學測】

𝔈x23. (1)某公司舉辦年終尾牙餐會，會中安插了一項抽獎活動。在抽獎箱中放了一副 52 張的撲克牌，每人抽出 1 張牌，且抽後放回；抽到紅心的紅色牌給獎金 8000 元，抽到方塊的紅色牌給獎金 6000 元，而抽到黑桃或梅花的黑色牌則一律給 2000 元的獎金。假設每張牌被抽到的機率相等，那麼抽到獎金的數學期望為________元。【99指考乙】

(2)箱中有三顆紅球與三顆白球。一摸彩遊戲是從箱中隨機同時抽出兩顆球。如果抽出的兩球顏色不同，則得獎金 100 元；如果兩球顏色相同，則無獎金。請問此遊戲獎金的期望值為何？【99學測】

(3)有一箱子，內有3黑球與2白球．有一遊戲，從箱子中任取出一球．假設每一顆球被取出的機率都相同，若取出黑球可得獎金50元，而取出白球可得獎金100元，求此遊戲的獎金期望值【100學測】

(4)袋中有3顆白球和1顆黑球，每次隨機從袋中抽出1球，袋中每一球被抽到的機率皆相同，抽出後不放回，直到抽中黑球時遊戲結束。若在第 k 次抽到黑球，則得到 k 元獎金。求此遊戲可獲得獎金的數學期望值(化為最簡分數)【102指考乙】

(5)某電視臺舉辦抽獎遊戲，現場準備的抽獎箱裡放置了四個分別標有 1000 元、800 元、600 元、0 元獎額的球，參加者自行從抽獎箱裡摸取一球（取後即放回），主辦單位即贈送與此球上數字等額的獎金，並規定抽取到 0 元的人可以再摸一次，但是所得獎金折半(若再摸到 0 就沒有第三次機會)；則一個參加者可得獎金的期望值是________元。(計算到整數為止，小數點以後四捨五入)【93學測】

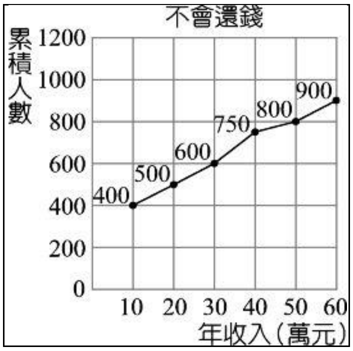
(6)抽獎遊戲中，參加者自箱中抽出一球，確定顏色後放回。只有抽得藍色或紅色球者可得消費券，其金額分別為（抽得藍色球者）2000 元、（抽得紅色球者）1000 元。箱中已置有 2 顆藍色球及 5 顆紅色球。在抽出任一球之機率相等的條件下，主辦單位希望參加者所得消費金額的期望值為 300 元，則主辦單位應於箱內再置入________顆其他顏色的球。　【98學測】

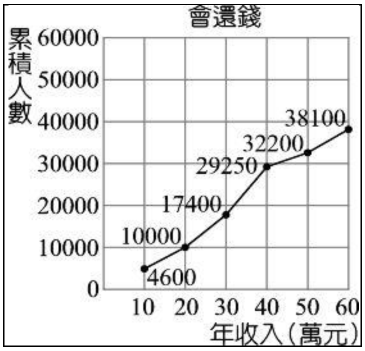
***Ex*24.** 某銀行檢討『一年期 20 萬元的小額急用貸款，一年後還款 21 萬元』的申請資格。過去幾年的記錄顯示：申辦此項貸款者一年後只有依約還款 21 萬元與違約不理（1 元都不還）兩種情形，沒有還一部分錢等其他情形發生；且發現會還錢或不會還錢者與其年收入有關，兩者的累積次數分配部分圖形如下：

(1)一個年收入 30 萬元以下的貸款者，會還錢的機率為何？

(2)銀行貸款給一個年收入 30 萬元以下的客戶，銀行的獲利期望值為多少元？

【94指考乙】





***Ex*25.** 某公司考慮在甲、乙兩地間選擇一地投資開設新廠．經評估，在甲地設廠，如獲利，預計可獲利10000 萬元；如不獲利，預計將虧損 7000 萬元．在乙地設廠，如獲利，預計可獲利 6000 萬元；如不獲利，預計將虧損 5000 萬元．又該公司評估新廠在甲、乙兩地獲利的機率分別為 0.6，0.7 ．如以獲利期望值為決策準則，該公司應選擇甲地或乙地投資？　【91 指考乙】

Ex26. 已知隨機變數 X, Y, Z, W, T 的機率質量函數圖分別如下(A), (B), (C), (D), (E)所示，期望值分別為 $E(X), E(Y), E(Z), E(W), E(T)$，變異數分別為 $\sigma_X^2, \sigma_Y^2, \sigma_Z^2, \sigma_W^2, \sigma_T^2$，標準差分別為 $\sigma_X, \sigma_Y, \sigma_Z, \sigma_W, \sigma_T$。試問下列哪些敘述正確？

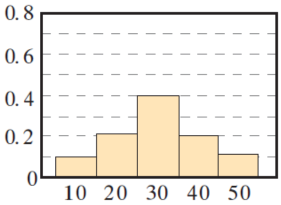
(1) $E(X)=10\,E(Y)$ 且 $\sigma_X=10\,\sigma_Y$

(2) $E(X)=E(Z)$

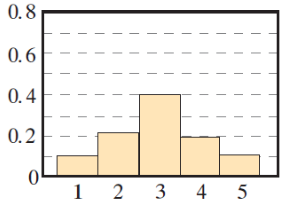
(3) $E(W)<E(Z)<E(T)$

(4) $\sigma_Z^2>\sigma_W^2>\sigma_X^2$

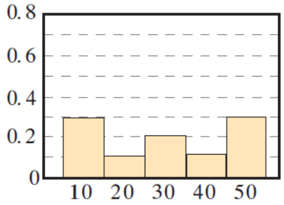
(5) $\sigma_T^2=\sigma_W^2$.



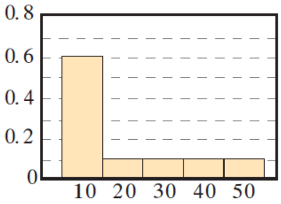
圖(A)隨機變數 X



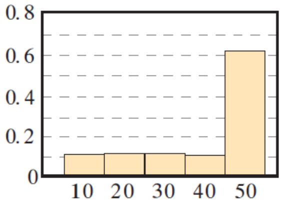
圖(B)隨機變數 Y



圖(C)隨機變數 Z



圖(D)隨機變數 W



圖(E)隨機變數 T

Ex27. 隨機變數 X 的期望值 $\mu=\dfrac{7}{2}$，$E\left(X^2\right)=\dfrac{91}{6}$，則下列哪些敘述正確？

(1) $Var(X)=\dfrac{35}{12}$　　(2) $Var(2X+3)=\dfrac{35}{6}+3$　　(3) $E(2X+3)=10$

(4) $Var(X)=E\left(X^2\right)$　　(5) $E\left(X^2\right)=\left(E(X)\right)^2$

Ex28.景氣復甦，電子大廠藍海尾牙晚會，晚會準備了一個100張籤的籤筒（每張籤都有獎品，抽後不需放回），並由各單位主管選出本年度表現最好的100名員工依抽籤序號來抽取獎品籤．其中第一獎、第二獎、第三獎皆為股票獎，分別為藍海股票300張、140張與50張，其餘獎項則為獎品或現金．已知學儒、柏煥、芷瑄、小昀四人因表現優良，皆有機會來抽籤，且四個人的抽籤序號分別為3號、4號、51號、52號，則下列敘述何者正確?

(1)抽獎活動未開始之前，學儒抽中第一獎的機率等於柏煥抽中第一獎的機率

(2)抽獎活動進行中，已知序號1號、2號的員工抽完籤，且皆未抽中股票獎，則柏煥抽中股票張數的期望值大於小昀抽中股票張數的期望值

(3)抽獎活動進行中，已知序號1號、2號的員工抽完籤，且皆未抽中股票獎，則芷瑄抽中股票獎的機率為$\frac{1}{98}$

(4)抽獎活動進行中，已知序號1號、2號的員工抽完籤，且皆未抽中股票獎，則小昀抽中股票張數的期望值為5張　【100全國模擬】

隨堂練習參考答案

9.(1)200　**(2)**1000　**10. (1)**$\frac{2}{3}$　**(2)**-10　**(3)** 350　**(4)** $\frac{91}{6}$　**11.** $\frac{87}{14}$

12. 10　**13.** 10000　**14.(1)** 甲：$\frac{7875}{8}$　乙：$\frac{125}{8}$　**(2)** 乙　**15.** (1)$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$

(2)$\frac{1}{18}$　16. (1) 12枚　(2)$\frac{7}{10}$　17. $\frac{21}{16}$　**18.** 880　**19.** 7, $\sqrt{\frac{35}{3}}$

20. $p,\ p(1-p),\ \sqrt{p(1-p)}$　**21. (1)0** 24　**(2)** $\frac{11}{8}$, $\frac{77}{192}$　**22.** 68

23. (1) 4500　**(2)** 60 元　**(3)** 70 元　**(4)** $\frac{5}{2}$　**(5)** 675　**(6)** 23

24. (1) $\frac{29}{30}$ **(2)** 3000　**25.** 甲地　**26.** (1)(2)(3)(4)(5)　**27.** (1)(3)　**28.** (1)(4)