

## 第二章 平面運動

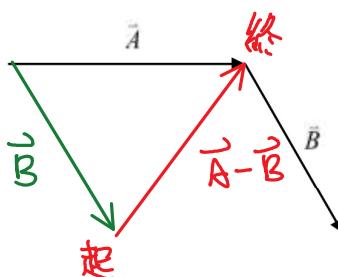
### §2-1~2-2 平面向量

#### 教學單元目標：

- ※ 瞭解平面運動中運動的獨立性
- ※ 認識向量的分解與合成
- ※ 知道平面運動中的位置、位移、速度與加速度的定義

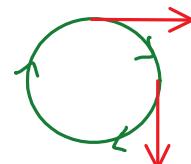
#### 範例：

1. 請畫出向量  $\vec{A} - \vec{B}$ 。



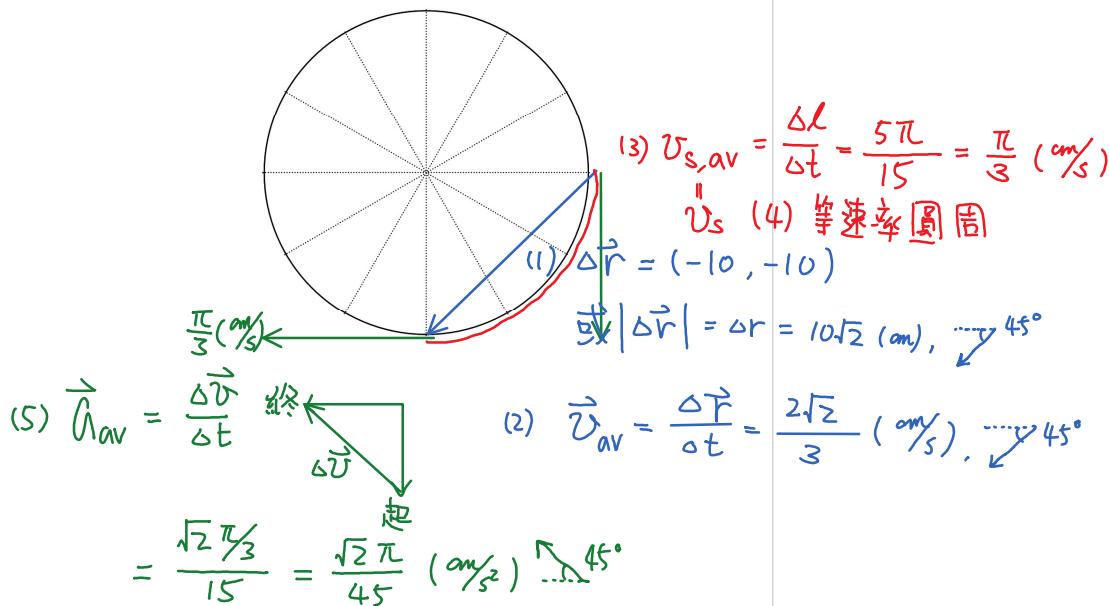
\*2. 一個物體在水平桌面上運動時，下列哪些敘述正確？

- (A) 若速度改變，則其速率必將改變 **反例：等速率圓周**
- (B) 若速率改變，則其速度必將改變
- (C) 若作等速率運動，則必為等速度運動 **反例：同上**
- (D) 若作等速度運動，則必為等速率運動
- (E) 作等速率運動的物體，其軌跡必為一直線 **反例：同上**
- (F) 作等速度運動的物體，其軌跡必為一直線
- (G) 軌跡不為直線的運動，必為變速度運動  $\vec{a} \neq 0$
- (H) 作變速度運動的物體，有可能作等速率運動 **例：等速率圓周**

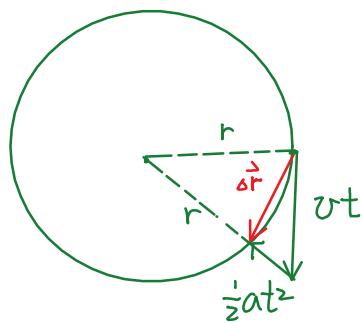


## 設做等速率運動

3. 有一時鐘秒針長 10 cm，則由 15 秒至 30 秒時間內，求秒針尖端  
 (1)位移 (2)平均速度 (3)平均速率 (4)瞬時速度大小 (5)平均加速度



(6)



$$\begin{aligned}\Delta \vec{r} &= \vec{v}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \\ r^2 + v^2t^2 &= r^2 + rat^2 + \frac{1}{4}a^2t^4 \\ v^2 &= ra + \frac{1}{4}a^2t^2\end{aligned}$$

瞬時  $t \rightarrow 0, v^2 = ra$

$$2-2 \quad \therefore a = \frac{v^2}{r}$$

瞬時加速度

## §2-3 拋體運動(1)：水平拋射

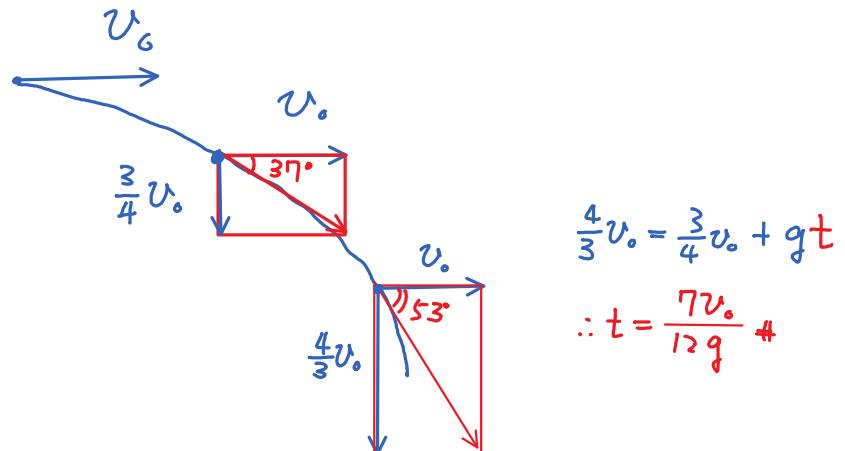
### 教學單元目標：

- ※ 應用向量的合成和分解、等加速度運動公式來處理拋體運動問題。
- ※ 能將水平拋射運動分解成水平和鉛直兩方向的運動來處理：在水平方向上為等速度運動，水平方向的加速度為零；在鉛直方向上為等加速度運動，鉛直加速度為  $g$ 。

### 範例：

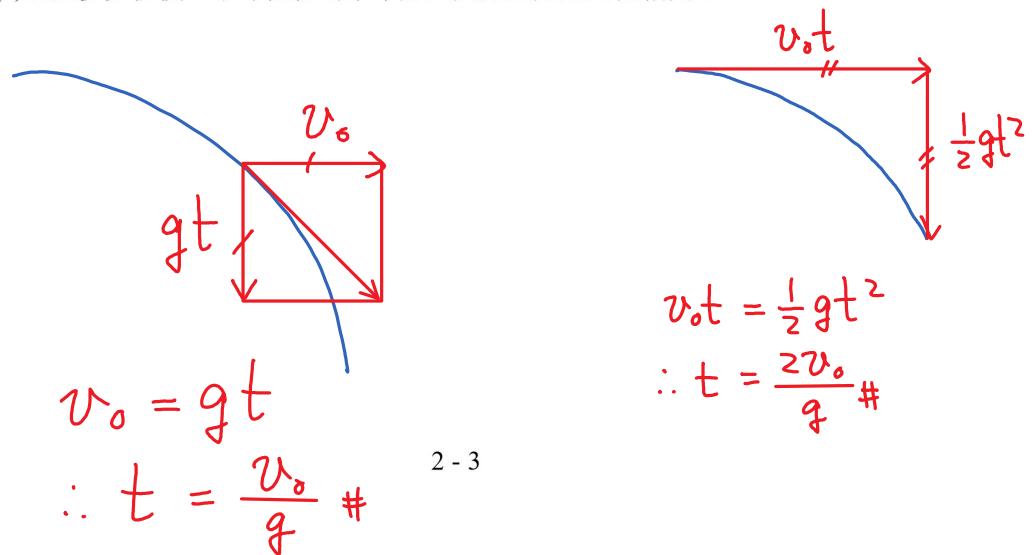
1. 若忽略空氣阻力作用，一物體自塔頂以速率  $v_0$  被水平拋出；設此處的重力加速度為  $g$ ，則飛行時物體的瞬時速度方向與水平線的夾角由  $37^\circ$  轉變為  $53^\circ$  所需時間為多少？

(以  $v_0$ 、 $g$  表示)

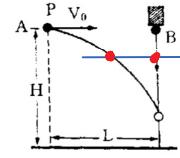


2. 將小球自某一高處以初速度  $v_0$  水平拋出，重力加速度為  $g$ ，假如忽略空氣阻力的影響，回答下列問題：

- (a) 經過多少秒後，小球速度的水平分量與鉛直分量值相同？  
 (b) 經過多少秒後，小球位移的水平分量與鉛直分量值相同？



3. 如圖所示，自 P 點將 A 球以  $v_0$  之初速度拋出時，在相距  $L$  處有一電磁鐵吸住 B 球，亦同時切斷開關使其落下，投射點 P 距地面高度  $H$ ，若忽略空氣阻力作用，且重力加速度為  $g$ ，A、B 兩球之體積大小皆可忽略，回答下列問題：



- (a) B 球自由落下後多少秒與 A 球相遇？  
當 A 向右 L ,  $t = \frac{L}{v_0}$  # (d)
- (b) 相遇時之碰撞點距地面高度為多少？  
 $y = H - \frac{1}{2}g(\frac{L}{v_0})^2$  # > 0 在空中相遇
- (c) 相遇時 A、B 兩球之速度量值各為多少？
- (d) A、B 兩球在空中相遇的條件為何？(以  $v_0$ 、 $g$ 、 $L$ 、 $H$  表示)

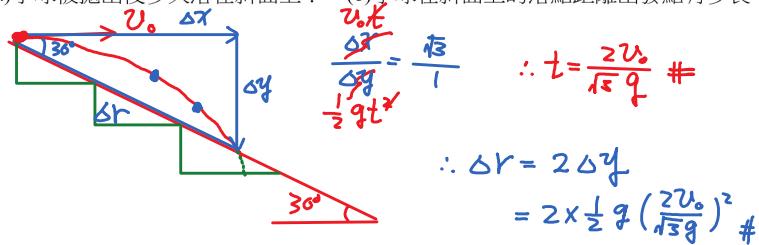
$$H - \frac{gL^2}{2v_0^2} > 0 \quad \text{① } v_0 \text{ 夠大} \Rightarrow v_0 > \sqrt{\frac{gL^2}{2H}} \#$$

(c)

$$v_A = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{gL}{v_0}\right)^2} \#$$

4. 假如忽略空氣阻力的影響，重力加速度為  $g$ ，將一小球自一傾斜角為  $30^\circ$  的斜面上以初速度  $v_0$  水平拋出，斜面夠長，請回答下列二問題：

- (a) 小球被拋出後多久落在斜面上？ (b) 小球在斜面上的落點距離出發點有多長？



推論：掉在第幾個階梯？

### 實力養成：

1. 有一時鐘秒針長 10 cm，則由 0 秒至 20 秒時間內，求秒針尖端  
(1)位移量值(2)平均速度量值(3)平均速率(4)平均加速度量值為何？
2. 希臘雅典奧運棒球賽中，一棒球飛向二壘的正上方，假如在球與二壘的水平距離為 6.0 公尺時開始計時，此時球的高度為 1.8 公尺，速度為 20 公尺/秒水平向前，若忽略空氣阻力作用，且重力加速度為 10 公尺/秒<sup>2</sup>，回答下列問題：  
(a)棒球經多少秒飛至二壘正上方？  
(b)棒球飛至二壘正上方時，其水平速度分量為何？  
(c)棒球飛抵二壘正上方時的高度為何？  
(d)棒球落地點與二壘間的水平距離為何？
3. 假如忽略空氣阻力的影響，將一球自距離地面高度為  $H$  的塔頂上水平拋出，已知小球著地時的瞬間速度方向與水平地面的夾角為  $53^\circ$ ，則此小球在水平拋射過程中的水準位移為多少？
4. 將質量為 2 公斤的物體以 15 公尺/秒的初速度水平拋出，若不考慮空氣阻力的影響，則當物體運動方向與水平方向夾角為  $45^\circ$  時，其動能為多少焦耳？
5. 甲、乙兩粒質量相同的小石子，自同一高度以水平方向的初速拋出，落在平坦的地面上。已知甲的初速為乙的 2 倍。若不計空氣阻力，則下列敘述何者錯誤？  
(A)甲的射程較大  
(B)落地時，甲的動能較大  
(C)落地時，兩者的加速度相等  
(D)兩者在空中的飛行時間相等  
(E)落地時，甲的速度的鉛直分量較大

[91 指考]

---

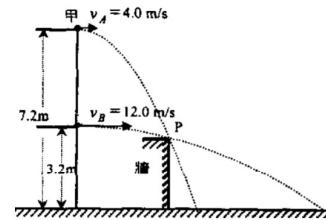
Ans: 1.(1) $10\sqrt{3}$  cm (2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  cm/s (3)  $\frac{\pi}{3}$  cm/s (4)  $\frac{\sqrt{3}\pi}{60}$  cm/s<sup>2</sup> 2.(a) 0.3 s (b) 20 m/s

(c) 1.35 m (d) 6 m 3.  $\frac{2H}{3}$  4. 450 J 5.E

$$\frac{3H}{2}$$

6. 將甲物體在高  $7.2\text{ m}$  處以  $v_A = 4.0\text{ m/s}$  的速度向右水平拋出，同時在甲物體位置的正下方，離地高  $3.2\text{ m}$  處，將乙物體以  $v_B = 12.0\text{ m/s}$  的速度向右水平拋出，如圖所示。兩物體的飛行軌跡在同一鉛直面，而且都恰掠過一牆的頂端 P 點，則甲與乙抵 P 點的時間差及牆離地的高度各為何？(重力加速度  $g = 10.0\text{ m/s}^2$ )

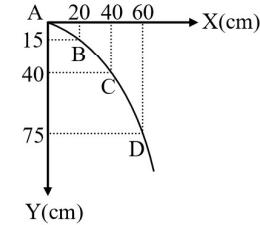
- (A) 甲與乙同時抵達 P 點，牆高  $2.4\text{ m}$
- (B) 甲與乙同時抵達 P 點，牆高  $2.7\text{ m}$
- (C) 乙比甲早約  $0.63$  秒抵達 P 點，牆高  $2.4\text{ m}$
- (D) 乙比甲早約  $0.63$  秒抵達 P 點，牆高  $2.7\text{ m}$



[92 研究]

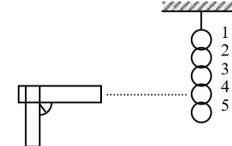
7. 進藤光在做研究平拋運動的實驗時，忘記記下斜槽末端位置。如右圖所示，A 點為小球運動一段時間後的位置，他便以 A 點作為坐標原點，以水平方向和鉛直方向分別為 x、y 軸建立直角坐標系，得到如右的圖像，根據此圖求出小球做平拋運動的初速度為何？

- (A)  $1.0\text{ m/s}$
- (B)  $2.0\text{ m/s}$
- (C)  $3.0\text{ m/s}$
- (D)  $4.0\text{ m/s}$
- (E)  $5.0\text{ m/s}$



8. 子彈射出時具有水平初速度  $v_0 = 1000\text{ m/s}$ ，有五個等大的直徑為  $D = 10\text{ cm}$  的環懸掛著，槍口離環中心  $100\text{ m}$ ，且與第 4 個環的環心處在同一水平線上，如右圖所示。若開槍前  $0.1$  秒繫繩被燒斷了，子彈能從第幾個環穿過？

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 以上都錯。




---

Ans: 6.D    7.B    8.E

## §2-4 拋體運動(2)：斜向拋射

教學單元目標：

※ 應用向量的合成和分解、等加速度運動公式來處理拋體運動問題。

※ 能將斜向拋射運動分解成水平和鉛直二方向的運動來處理：在水平方向上為等速度運動，水平方向的加速度為零；在鉛直方向上為等加速度運動，鉛直加速度為  $g$ 。

範例：(o) 先算出到達最高點  $t = \frac{v_{0y}}{g} = 20\text{ (s)}$

$$v_{0y} = 400 \sin 30^\circ = 200\text{ (m/s)}$$

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos 0 \\ &= 400 \cos 30^\circ \\ &= 200\sqrt{3}\text{ (m/s)} \end{aligned}$$

1. 一砲彈以  $30^\circ$  的仰角與  $400$  公尺/秒的初速由地面斜向射出，假定砲身高度不計，忽略空氣阻力作用，且重力加速度為  $10$  公尺/秒 $^2$ ，回答下列問題：

(a) 砲彈離地的最大高度為多少公尺？  $H = \frac{1}{2} \times 10 \times 20^2 = 2000\text{ (m)}$

(b) 砲彈通過最高點時的速度為多少公尺/秒？  $v_{0x} = 200\sqrt{3}\text{ (m/s)}$

(c) 砲彈落地時的速度量值為何？落地時與地面的夾角為何？  $30^\circ$  最高處“鉛直”瞬時速度為  $0$

(d) 砲彈落地時的水平射程為多少公尺？  $400\text{ m/s}$

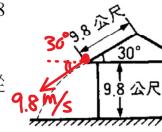
$$\begin{aligned} R &= v_{0x} \times 2t \\ &= 200\sqrt{3} \times 40 \\ &= 8000\sqrt{3}\text{ (m)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \because \tan \theta &= \frac{4H}{R} \\ \tan 30^\circ &= \frac{4 \times 2000}{8000\sqrt{3}} \\ &\quad \cancel{1/\sqrt{3}} \end{aligned}$$

2. 假如忽略空氣阻力的影響，且北一女中運動場的重力加速度量值為  $9.8$  公尺/秒 $^2$ ，今舉行校慶運動會壘球擲遠比賽，金牌選手袁開昀以斜向拋射方式奮力一擲，請問壘球在上升過程中，最後一秒上升的鉛直高度為多少公尺？

$$\left\{ \begin{array}{l} \uparrow \uparrow \\ \cdot \end{array} \right\} H = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1^2 = 4.9\text{ (m)}$$

3. 假如忽略空氣阻力與斜面摩擦力的影響，重力加速度量值為 9.8 公尺/秒<sup>2</sup>，今一木塊自一傾斜角為 30° 的光滑斜面屋頂頂端滑下，斜面屋頂長 9.8 公尺，屋簷離地垂直高度為 9.8 公尺，則木塊從離開屋簷至落到地面需要多少時間？



$\alpha_x = g \sin \theta = 4.9 \text{ (m/s}^2)$

$\alpha_y = g \cos \theta = 4.9\sqrt{3} \text{ (m/s}^2)$

$v^2 = 0^2 + 2 \times 4.9 \times 9.8$   
 $\therefore v = 9.8 \text{ (m/s)}$

$\Delta y = v_{by} t + \frac{1}{2} a t^2$

$-9.8 = (-9.8 \sin 30^\circ) t + \frac{1}{2} (-9.8) t^2$   
 $\therefore t = 1.1 \text{ (s)}$

4. 若忽略空氣阻力作用，且北一女中籃球場的重力加速度量值為 9.8 公尺/秒<sup>2</sup>，今北一女中校隊隊長的身高為 166 公分，站在罰球線處投籃，已知籃框到罰球線的水平距離為 4.2 公尺，籃框高度為 3.05 公尺。若隊長雙腳接觸地板以仰角 60° 從頭頂將球投出，希望能將球空心投入籃框內，罰球獲得一分，則她投球的初速度量值約需多少公尺/秒？

(0, 0) 1.66      (4.2, 3.05 - 1.66) 3.05

$x: 4.2 = (v_0 \cos 60^\circ) t \Rightarrow t = \frac{4.2}{v_0 \cos 60^\circ}$  代入

$y: 3.05 - 1.66 = (v_0 \sin 60^\circ) t + \frac{1}{2} (-9.8) t^2$

$3.05 - 1.66 = (v_0 \sin 60^\circ) \frac{4.2}{v_0 \cos 60^\circ} + \frac{1}{2} (-9.8) \left( \frac{4.2}{v_0 \cos 60^\circ} \right)^2$   
 $\therefore v_0 = 7.617 \text{ (m/s)}$

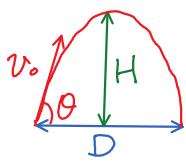
軌跡方程式  $y = (\tan \theta) x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$

 $3.05 - 1.66 = (\tan 60^\circ) 4.2 - \frac{9.8}{2v_0^2 \cos^2 60^\circ} 4.2^2$

5. 若想在北一女中校門口設計一水柱拱門，增添綠園建校 100 年校慶活動源頭活水的氣氛，由校門的兩側安置噴口，斜向噴出一串串水珠，落到另一側的噴口。已知兩噴口水平距離為  $D$ ，拱門最大高度為  $H$ ，重力加速度為  $g$ ，忽略空氣阻力的影響，回答下列問題：

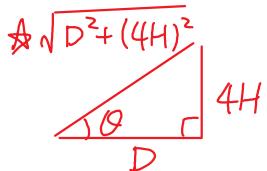
(a)若斜向噴出一串串水珠時，其拋射仰角為  $\theta$ ，則仰角的正切值  $\tan\theta$  為何？

(b)噴出來的水珠初速度的量值為多少？



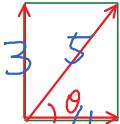
$$\left\{ \begin{array}{l} x: D = (v_0 \cos \theta) T = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}} \\ y: H = (v_0 \sin \theta) T + \frac{1}{2}(-g) T^2 = \frac{2H}{g} \\ T = \sqrt{\frac{2H}{g}} \\ t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \end{array} \right.$$

但  $\tan \theta = \frac{4H}{D} \neq$



$$\begin{aligned} D &= (v_0 \cos \theta) T \\ &= v_0 \frac{D}{\sqrt{D^2 + 16H^2}} 2 \sqrt{\frac{2H}{g}} \\ \therefore v_0 &= \sqrt{\frac{g(D^2 + 16H^2)}{8H}} \neq \end{aligned}$$

6. 北一女中游泳校隊珮瑄站在學校游泳池的跳板上，將排球以初速度  $v_0$  往前斜向上拋出，已知初速度的水平分量需為垂直分量的  $\frac{4}{3}$  倍，才能使球抵達曉燕所在的池面。



若排球被拋出時的出發點比池面高出  $H$ ，重力加速度為  $g$ ，忽略空氣阻力的影響，回答下列問題：

(a)初速度的水平分量與垂直分量各為多少？(以  $v_0$  表示)

(b)球離開手後，飛行過程中可上升的最大高度為何？(以  $v_0$ 、 $g$  表示)

(c)球在空中飛行時間為何？(以  $v_0$ 、 $g$ 、 $H$  表示)

(d)球被拋出時的出發點與球在池面的落點之水平距離為何？(以  $v_0$ 、 $g$ 、 $H$  表示)

(b) 當  $v_y = 0$  時到達最高

$$t = \frac{\frac{3}{5}v_0}{g}, \Delta H = \frac{1}{2}g\left(\frac{3v_0}{5g}\right)^2 = \frac{9v_0^2}{50g} \neq$$

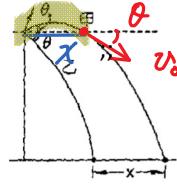


$$R = \frac{4}{5}v_0 \times \frac{3v_0}{5g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{50gH}{9v_0^2}}\right) \neq$$

$$(c) T = 2 \times \frac{3v_0}{5g} + \boxed{\frac{t_2}{g}} \quad -H = \left(-\frac{3}{5}v_0\right)t_2 + \frac{1}{2}(-g)t_2^2$$

$$\begin{aligned} &= \cancel{2 \times \frac{3v_0}{5g}} + \left(-\frac{3v_0}{5g}\right) + \frac{3v_0}{5g} \sqrt{1 + \frac{50gH}{9v_0^2}} \\ &= \frac{3v_0}{5g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{50gH}{9v_0^2}}\right) \neq \end{aligned}$$

7. 若忽略空氣阻力作用，且重力加速度為  $g$ ，今有甲、乙兩個球從同一高度處以相同的初速度  $v_0$  分別被拋出，但甲球被拋出的角度為斜向上仰角  $\theta$ ，乙球則為斜向下的俯角  $\theta$ ，則兩球落地處的水平距離為多少？以  $v_0$ 、 $g$ 、 $\theta$  表示答案。



$$x = (v_0 \cos \theta) \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

$$= \frac{v_0^2 2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

差了  $\frac{2v_0 \sin \theta}{g}$  時間

- \*8. 一粒質量為  $m$  的小石頭從地面上的 O 點以初速  $v_0$ ，仰角  $\theta$  被射出，如下圖所示。B 點為小石頭運動軌跡的最高點，B 點與地面距離為  $H$ 。A 點則是越過最高點後的某一位置，A 點與 O 點間的水平距離為  $d$  ( $\frac{2R}{3} > d > \frac{R}{2}$ ， $R$  為水平射程)，A 點與地面間的距離為  $h$ 。若將小石頭在地面的重力位能取為零，重力加速度為  $g$ ，且不計空氣阻力，則下列有關小石頭的敘述，哪些正確？

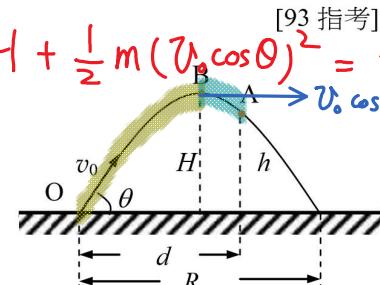
(A) 在 A 點的總力學能為  $mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgH + \frac{1}{2}m(v_0 \cos \theta)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$  [93 指考]

(B) 從 O 點運動至 A 點共需時  $\frac{d}{v_0 \cos \theta}$

(C) 從 O 點運動至 A 點共需時  $\frac{v_0 \sin \theta}{g} + \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$

(D) 在最高點 B 時，速度與加速度互相垂直

(E) 從 O 點運動至 A 點的過程中，重力總共作功  $mgh$



$$W = mgh$$

$$\begin{aligned} W_g &= -\Delta U \\ &= - (U_A - U_O) \\ &= -mgh \# \end{aligned}$$

\*9. 平板車在水平面上以速度  $\vec{v}$  向右做等速運動，車上有一小球由板車地板上向右上方被拋出，如右圖所示。小球相對於板車之初速大小等於車速，方向與車速方向夾  $\theta$  角，且

$$\begin{array}{c} 5 \\ \diagup \\ 4 \\ \diagdown \\ 3 \end{array}$$

$$\theta \approx 53^\circ, \tan \theta = \frac{4}{3}$$

者位在同一平面上。小球被拋出後，因受重力影響，又落回車上。若不計空氣阻力，則下列敘述中，哪些正確？

(A) 車內觀察者所觀測到小球的運動軌跡為一段拋物線

(B) 車外觀察者所觀測到小球的運動軌跡為一段拋物線

(C) 車外觀察者所觀測到小球停留在空中的時間較車內觀察者為  $\frac{4\sqrt{g}}{5g} \times 2$  相同

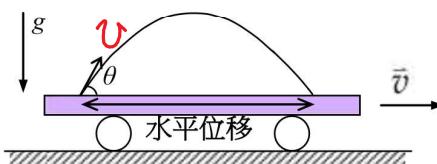
(D) 車內觀察者所觀測到小球運動的最大高度(從地板算起)，是車外觀察者的  $\frac{8}{3}$  倍 相同

(E) 車內觀察者所觀測到小球的水平位移是車外觀察者的  $\frac{3}{8}$  倍

$$\text{內 } \frac{3}{5}v \times \left(\frac{4v}{5g} \times 2\right)$$

$$\text{外 } \frac{8}{5}v \times \left(\frac{4v}{5g} \times 2\right)$$

$$H = \frac{1}{2} g \left(\frac{4v}{5g}\right)^2$$



[94 指考]

10. 一物自地面拋出，其軌跡方程式為  $5x^2 - 96x + 72y = 0$ ，其中  $x$ 、 $y$  的單位為公尺，設  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，則：

(A) 初速率為  $10\sqrt{2}$  m/s (B) 抛射仰角為  $53^\circ$  (C) 水平射程為 19.2 m

(D) 可達最大高度  $4.8$  m (E) 空中飛行時間  $10\sqrt{2}$  s

$$T = \frac{2 \times 10\sqrt{2} \times \frac{4}{5}}{10} \text{ 先算時間}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{5} (s) \#$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = +\frac{96}{72}x - \frac{5}{72}x^2 \\ y = (\tan \theta)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2 \end{array} \right.$$

$$(c) R = (10\sqrt{2} \times \frac{3}{5}) \times \frac{8\sqrt{2}}{5} \\ = \frac{96}{5} (m) \#$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{4}{3}, \theta = 53^\circ, \cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$v_0 = 10\sqrt{2} (m/s)$$

$$(d) H = \frac{1}{2} \times 10 \left(\frac{4\sqrt{2}}{5}\right)^2 \\ = \frac{32}{5} (m) \#$$

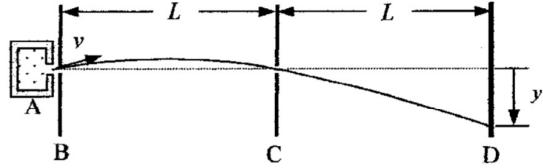
### 實力養成：

1. 在一場棒球對抗賽中，兄弟象隊打擊者以初速度 15 公尺/秒，仰角  $30^\circ$ ，在靠近地面將球擊出，球沿著二、三壘間的游擊方向飛出，興農牛的游擊手距離擊球處 30 公尺且以等速度接近欲在落地前接住棒球，若忽略空氣阻力作用，且棒球場的重力加速度為 10 公尺/秒<sup>2</sup>，則游擊手的速度約需要多少公尺/秒？
- \*2. 跳遠比賽時，某生助跑後從起跳板躍起落在沙坑中，已知起跳點與落地點在同一水平面。若空氣阻力可忽略，跳遠者僅受重力作用且可視為質量集中於質心的質點，則在該生起跳後到落地前的過程中，下列有關其運動的敘述哪些是正確的？  
(A)該生作等速度運動 (B)該生作等加速度運動 (C)該生作變速圓周運動  
(D)該生的速率在最高點達最大 (E)該生落地前的瞬間速率等於躍起時的瞬間速率
3. 若忽略空氣阻力的影響，且某空地的重力加速度量值為 10 公尺/秒<sup>2</sup> 今北一女中科院研習社的學生在空地上試射水火箭，火箭的仰角為  $53^\circ$  時，經 10 秒鐘落地，試求下列的理論值：  
(a)最大高度 (b)水平射程 (c)初速度量值。
4. 若忽略空氣阻力作用，且重力加速度量值為 9.8 公尺/秒<sup>2</sup>，在某次的救火行動中，消防車的水龍頭以 24.5 公尺/秒的初速度，仰角  $\theta$  將水柱斜向噴出，當水柱噴到鉛直高度 14.7 公尺的樓頂起火點時，已通過最高點(離地 19.6 公尺)，回答下列問題：  
(a)水柱噴到最高點的時間需要多少秒？  
(b)水柱自水龍頭噴出時的初速度垂直分量為多少？  
(c)水龍頭的水噴到火災點的時間需要多少秒？  
(d)仰角  $\theta$  的正弦值為多少？  
(e)水柱自水龍頭噴出時的初速度水平分量為多少？  
(f)消防車距離火災點的水平距離為多少公尺？
5. 假如忽略空氣阻力的影響，若以相同量值的初速度但不同大小的仰角將小球斜向拋出，小球的水平射程均為  $R$ ，但最大高度分別為  $H_1$  及  $H_2$ ，則  $R$ ， $H_1$  及  $H_2$  之間的關係為何？  
$$\tan \theta = \frac{4H_1}{R}, \tan(90^\circ - \theta) = \frac{4H_2}{R} \therefore \frac{4H_1}{R} = \frac{R}{4H_2}$$

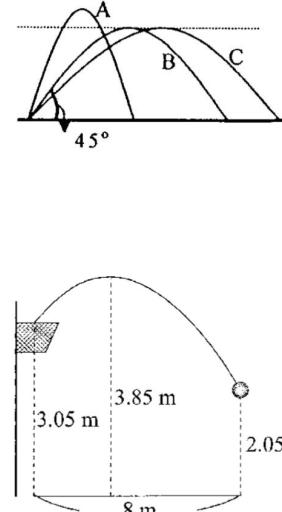
---

Ans: 1.  $(20 - 7.5\sqrt{3}) \approx 7.0$  m/s 2. .BE 3.(a) ~~125 m~~ (b) 375 m (c) 62.5 m/s 4.(a) ~~2 s~~ (b) 19.6 m/s (c) 3 s (d)  $\sin \theta = 0.8$  (e) 14.7 m/s (f) 44.1 m 5.  $R = 4\sqrt{H_1 H_2}$

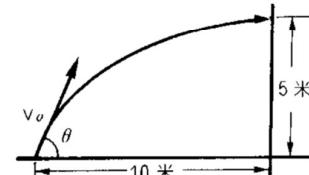
6. 圖為一研究氣體分子速率分布的實驗裝置。A 為高溫爐，氣體分子從爐壁的小孔射出，B 和 C 為附有細縫的隔板，D 為屏幕。兩隔板和屏幕之間皆相距  $L$ 。爐壁的射出孔和隔板上的細縫彼此對準，且位在同一水平面上。從爐壁小孔射出的氣體分子，若能穿過兩細縫，將蒸鍍在屏幕上。在整個飛越過程中，氣體分子僅受到地球引力的作用。已知  $L = 1.0\text{ m}$ ，測得在屏幕上某一條蒸鍍痕跡的位置高度  $y = 0.11\text{ mm}$ ，則對應該位置的氣體分子的射出初速  $v$  為何？ [93 研究]



7. 初速為 12 公尺/秒、拋射仰角為  $60^\circ$  的小石頭，在最高點的速度大小為多少公尺/秒？  
 (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) 15
8. 右圖為 A、B、C 三球在同一鉛直面同時拋射出的拋物線軌跡，下列何者正確？  
 (A) A 球在空中停留時間最久  
 (B) B、C 二球著地的速率以 B 球較大  
 (C) A、B 二球可能在空中相撞  
 (D) B、C 二球可能在空中相撞  
 (E) 到達最高點的瞬間，三球的法線加速度相同。
9. 如圖，有一離地高度為  $3.05\text{ m}$  的籃框，喬登站在離此籃框水平距離  $8\text{ m}$  處練習遠距投籃。已知球離手處距離地面的高度為  $2.05\text{ m}$ ，球落入籃框前的最大高度為  $3.85\text{ m}$ ，則下列敘述哪些正確？  
 (A) 抛出速度為  $10\text{ m/s}$  (B) 抛出速度為  $5\text{ m/s}$   
 (C) 抛出仰角為  $53^\circ$  (D) 抛出仰角為  $60^\circ$   
 (E) 全程時間為  $1\text{ s}$  [96 北區模考]



10. 如右圖鉛直壁面離壁角  $10\text{ 公尺}$  處一點將球斜拋，若球擊中壁面高  $5\text{ 公尺}$  處之速度恰與壁面垂直，則：  
 (1) 球自投出迄抵壁面其歷時若干？  
 (2) 初速之大小及仰角各為若干？( $g = 10\text{ m/s}^2$ )



Ans: 6.  $300\text{ m/s}$  7.B 8.AE 9.AE 10.(1)1 秒 (2) $10\sqrt{2}\text{ m/s}$ ,  $45^\circ$

11. 在地面上以  $v_0$  的初速將物體斜向上拋出，所能達之最大水平射程為  $R$ ；若以相同之初速率仍將物體斜向上拋出，但水平射程變為  $R/2$  時，其拋射角應為何？

- (A)  $30^\circ$  (B)  $37^\circ$  (C)  $45^\circ$  (D)  $60^\circ$  (E)  $75^\circ$

12. 以  $v_0$  之初速，斜向拋出一球，於運動過程中，其速度最小值為  $\frac{v_0}{2}$ ，則此球所能到達之最大高度為

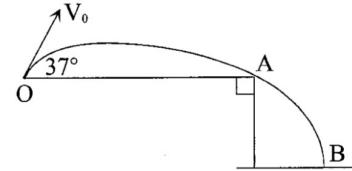
- (A)  $\frac{v_0^2}{g}$  (B)  $\frac{3v_0^2}{g}$  (C)  $\frac{v_0^2}{8g}$  (D)  $\frac{3v_0^2}{8g}$  (E)  $\frac{5v_0^2}{8g}$

13. 一物與水平方向成  $\theta$  仰角拋出經  $t$  秒後落地，設重力場為  $g$ ，則水平射程為若干？

- (A)  $gt^2 \tan \theta$  (B)  $gt^2 \cot \theta$  (C)  $2gt^2 \tan \theta$  (D)  $\frac{gt^2 \tan \theta}{2}$  (E)  $\frac{gt^2 \cot \theta}{2}$

14. 如圖自 O 點以初速  $v_0$  仰角  $37^\circ$ ，斜拋掠過崖邊 A 點而著於崖底 B，崖高 50 公尺，且  $OA = 60\text{ m}$ ，則： $(g = 10\text{ m/s}^2)$

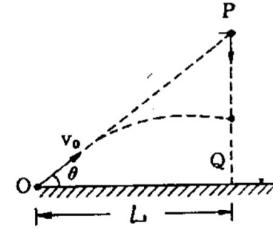
- (A) 初速至少需要  $25\text{ m/s}$  以上才能飛抵崖底  
 (B) 恰掠過 A 點後，再經 3 秒著地  
 (C) B 點離崖邊 40 公尺  
 (D) 自 O 抛出後經 4 秒著地  
 (E) 恰掠過 A 點時，速度大小為  $v_0$



15. 如圖某物原靜止於 P 點，今自地面 O 點以初速  $v_0$  發射

子彈，且發射子彈的同時物體恰自由落下，求：

- (1) 若可命中 P，子彈出發後經幾秒命中 P？  
 (2) 子彈初速的大小  $v_0$  應如何限制才有機會命中 P？  
 (3)  $v_0$  為若干，才能在子彈軌跡最高點處恰命中 P？



16 在一次演習中某砲兵連的任務是以大砲摧毀  $4.0\text{ km}$  外的目標。已知砲彈離開砲口的速度是  $200\text{ m/s}$ ，假設空氣阻力可以忽略，則砲管與地面夾角應為何值才能讓砲彈命中目標？( $g = 10\text{ m/s}^2$ )

- (A)  $15^\circ$  (B)  $23^\circ$  (C)  $30^\circ$  (D)  $37^\circ$  (E)  $45^\circ$  [101 研究]

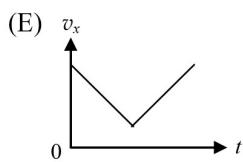
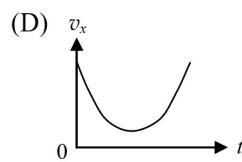
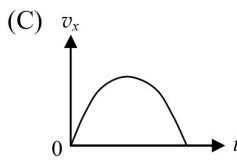
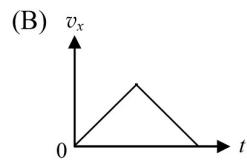
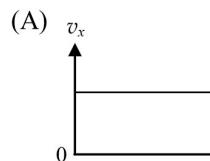
Ans: 11.E 12.D 13.E 14.ACE

$$15.(1) \frac{L}{v_0 \cos \theta} \quad (2) v_0 > \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\theta}} \quad (3) \sqrt{\frac{2gL}{\sin 2\theta}}$$

17. 以相同初速自地面拋射一小石頭，則下列敘述何者正確？ [91 學測補考]

- (A) 無論拋射仰角是多少，小石頭上升過程所經歷的時間都會與下降過程相同
- (B) 無論拋射仰角是多少，小石頭在最高點的加速度都會等於零
- (C) 無論拋射仰角是多少，小石頭在最高點的速度都會相同
- (D) 拋射仰角愈大時，小石頭上升的最大高度會愈小
- (E) 拋射仰角愈大時，小石頭所受的力會愈大

18. 棒球比賽中，打擊者用力向斜上方揮棒，擊出高飛全壘打。若不考慮空氣阻力，因此棒球在空中飛行時水平方向不受外力作用，則下列圖形何者可以代表棒球的水平方向速度  $v_x$  與其落地前飛行時間  $t$  的關係？ [101 學測]



---

Ans: 17.A 18.A

## 第二章 平面運動 範例解答

### §2-1~2-2 平面向量

1. 略

2. BDFGH

3. (1)  $10\sqrt{2}$  cm/s (2)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  cm/s (3)  $\frac{\pi}{3}$  cm/s (4)  $\frac{\pi}{3}$  cm/s (5)  $\frac{\sqrt{2}\pi}{45}$  cm/s<sup>2</sup>

### §2-3 抛體運動(1)：水平拋射

1.  $\frac{7v_0}{12g}$

2. (a)  $\frac{v_0}{g}$  (b)  $\frac{2v_0}{g}$

3. (a)  $\frac{L}{v_0}$  (b)  $H - \frac{1}{2}g\left(\frac{L}{v_0}\right)^2$  (c)  $v_A = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{gL}{v_0}\right)^2}$ ,  $v_B = \frac{gL}{v_0}$  (d)  $v_0^2 > \frac{gL^2}{2H}$

4. (a)  $\frac{2\sqrt{3}v_0}{3g}$  (b)  $\frac{4v_0^2}{3g}$

### §2-4 抛體運動(2)：斜向拋射

1. (a) 2 000 m (b)  $200\sqrt{3}$  m/s (c) 400 m/s,  $30^\circ$  (d)  $8000\sqrt{3}$  m

2. 4.9

3. 1 s

4. 7.67 m/s

5. (a)  $\tan \theta = \frac{4H}{D}$  (b)  $\sqrt{\frac{g(D^2 + 16H^2)}{8H}}$

6. (a)  $v_{0x} = \frac{4}{5}v_0$ ,  $v_{0y} = \frac{3}{5}v_0$  (b)  $h = \frac{9v_0^2}{50g}$

(c)  $t = \frac{3v_0}{5g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{50gH}{9v_0^2}}\right)$  (d)  $R = \frac{12v_0^2}{25g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{50gH}{9v_0^2}}\right)$

7.  $\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$

8. CD 9. ABE 10. C